私は今まで過去問の説明はほとんどしませんでした。というのも、過去に出た問題は繰り返し出ることはないからです。数年後にまた同じような問題が出るということはあります。教科書の限られた知識の中で問題作成をするわけですから、全く違う知識を使うという問題は作りようがありません。いつか同じ項目を問うことにはなります。

ただ、過去問に頼った勉強をして失敗しないようにするため、どんな問題が出てもいいように過去問に時間をかけ過ぎないように、詳しく説明することはあまりしてこなかったのです。基礎をつくることを基本としているということです。

もちろん傾向を調べるために、過去問には必ず目を通します。どんな感じで問題が出されるか、出題数は？時間は？難易度は？頻出（よく出る）分野は？予想される分野は？などは早い時期に必ず調べます。そんな中でいつも思うことがあります。

それは、全国で見ると同じような問題が違う県でも出されていることです。当然といえば当然なのですが、ということは全国の問題をやっておけば、似たような問題が出る可能性は非常に高いということです。

１つの県の過去問を何度もやるよりは、いろいろな他の県の過去問をやる方が実はいい場合がある。しかし、問題はあります。生徒自身が他の県の問題は自分には関係ないと考え、あまり真剣にやらないということです。

そこで、他の県とはいえ、自分の県でも通用するというのを実感出来れば真剣にやれるのではないかと考えたので、今月から皆さんに私なりの解説を付けて配布することにしました。

私なりの解説ですので、一般に販売されている解答解説とは違っていると思います。特に、この解説を配布する生徒は、当会のオリジナルカードを使っている人がほとんどだと思いますので、カード番号などで確認を指示することもあると思いますが、しっかり役に立つ、何よりも役に立つ参考書となるものにしたいと思いますので、何度も復習することを期待します。

質問やご感想はいつでも受け付けますので、ＦＡＸまたはＥメールでお寄せ下さい。ＦＡＸ会員以外には個別にお答えすることはありませんが、寄せられた質問のうち重要だと思える内容は、このコーナーの紙面上でお答え致します。どしどし御質問下さい。

このコーナーの御質問は、「滅多にやらない過去問研究」宛にお願い致します。

滅多にやらないけど毎月やることになった「滅多にやらない過去問研究」のページに進みましょう。

滅多にやらない過去問研究　part１
－（公立）北海道編　－

「なぜ北海道から？」と思いました？それは、問題集の１番目にあったからです。因みに、これから順番に南に進むということはありませんので、「次は何県だ」などと推測しても何の意味もないですよ。今月は１県分の問題を全て解説するつもりですが、来月からはバラバラに、あちこちの県から取り入れるかもしれませんので、変な期待はしないで下さい。解説が欲しい学校があれば、御質問としてお寄せ下さい。絶対するとは限りませんが、できるだけご要望にお応えしたいと思います。

では、早速問題解説に入りましょう。

問題は大問５つ、問題構成は「基本」がほとんどです。試験時間は４５分で、十分足ります。因みに、私の１回目の解答時間は、２０分程度でした。

中学生がやる場合、３０分を均等に配分して、大問１つに６分を目安にして解いていくといいと思います。なぜ均等に配分しておくかというと、問題の中の小問にはやや難しめの問題が組まれていたりします。それに手間取って時間をとりすぎると、他の問題の中にある簡単な問題をとり逃すキケンがあるからです。後の方にある問題で「簡単なのに時間が足りなかった」という経験ないですか？あるでしょう。

いいですか、試験の時にできる問題を確実にとる、というのはテストを受けるときの基本中の基本です。問題の中のできる問題を先ずやって、それから少し難しい問題に手を出すようにして下さい。問題を読んで難しいと感じたら、すぐ次の問題に進むんですよ。でないと、いつまでたってもテストで君の持っている力を発揮出来ません。

私はいつも高校生に、「問題をぱっとみてできると思えない問題は、考えてもできない。ぱっとみてわからない問題が試験の時にできるようになるのは、自分で実験（数学の実験）できるレベルになってからや。」といっています。だから試験を受けるまでにたくさんの知識、方法を身につけておくのだと励ますのです。

中学生も高校生も同じです。試験の時に考えて新しい方法なんか思いつくものではありません。テストのときは、わかることだけを確実に書いてくる。これが基本なんです。見直しをせずに間違わない人はほとんどいないと思います。見直しをしていれば各科目５点やひどい場合１０点ぐらい上がりませんか？見直しをすることの方が解けない問題を考えるより重要なんです。考えても答えなんか出てこないのに、ムダな時間を過ごすんですよ、普通の受験生は。あきらめなさい。テストのときに考えても、答えなんか出てきやしません。それより見直しを先にするんです。確実に点数はあがります。

さて、北海道の$\boxed{1}$は、他県と同様に計算と基本確認です。（やっと問題？）

$\boxed{1}$　次の問に答えなさい。

問１　（１）（２）（３）の計算をしなさい。

（１）－７＋９

（２）$-4+5\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

（３）　$3\sqrt{2}-\sqrt{8}$

問２　$49x^2-25y^2$を因数分解しなさい。

問３　連立方程式　$\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ x=3y-16 \end{cases}$　を解きなさい。

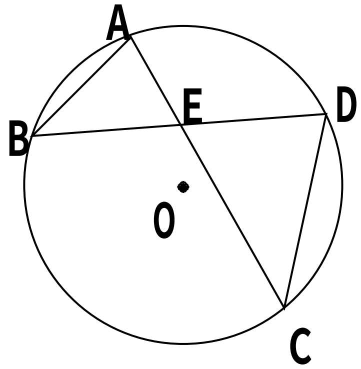
問４　ある式に $3ab$をかけると、$-8a^2b$になります。
このときある式を求めなさい。

問５　第１学年から第３学年までのクラス数の合計が６クラスの中学校で校外清掃を行うため、６クラスにそれぞれａ枚ずつ配るゴミ袋と、学校全体の予備としてｂ枚のゴミ袋を用意しました。用意したゴミ袋は全部で何枚か、ａ，ｂを使った式で表しなさい。

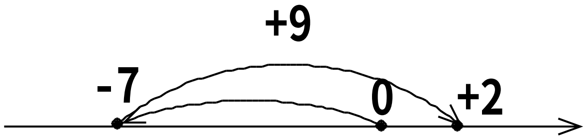
問６　ｙはχに比例し、χの値に対応するｙの値が右の表のようになっています。このとき、表の$\boxed{ア}$に当てはまる数を求めなさい。

X	…	-1	0	1	2	…
y	…	3	0	-3	$\boxed{ア}$	…

問７　右の図のように、円Ｏの円周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをとり、線分ＡＣとＢＤとの交点をＥとします。ＡＢ＝１２㎝、ＣＤ＝１８㎝、ＤＥ＝１２㎝のとき、線分ＡＥの長さを求めなさい。



問１（１）－７＋９＝２
これは数直線で－７が左に７、
＋９が右に９移動するという意味です。



（２）これは四則演算の順序をしっかり身につけているかどうかのチェックです。
この問題では分数の割り算が先ですが、割り算は逆数のかけ算に直すというのを基本にしていない人は迷うことがあるかもしれませんね。しっかり覚えておきましょう。いいですか。割り算は逆数のかけ算。

$$
\begin{aligned}
-4+5\div\left(-\frac{1}{6}\right) &= -4+5\times(-6)\\
&= -4-30\\
&= -34
\end{aligned}
$$

（３）$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$　と基本通り変形させておけば足し算引き算ができます。$\sqrt{\ }$の中身が違う場合は、足し算引き算ができませんので、もし$\sqrt{\ }$の中身が違う場合は計算出来ないままの答えとなっているはずです。「それを計算せよ」と問題がいっているので、$\sqrt{\ }$の中身が同じだとわかるんです。大きな数字が出てきても考え方は同じです。
答えは、$3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

問２　「因数分解しなさい」ということは、必ずかけ算の形（　　)(　　）になるということです。この問題は、平方と平方の差（引き算）になっていますので、$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ だと気がつくでしょう。これは覚えておかないとどうしようもない。かな？　$49x^2$は$(7x)^2$ となり係数も平方数です。係数が平方数になっていない場合は　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の因数分解はできませんので、１～１６ぐらいまでの平方数は覚えておいた方がいいですよ。素因数分解する手間が省けます。

問３　これは代入法の方が早いですが、加減法でも構いません。加減法ができれば代入法は必要ありませんので、加減法をしっかり復習しておきましょう。
代入法での解法
$2\boxed{x}-3y=-5$　の　x　に　$\boxed{x}=\underline{3y-16}$　を代入します。

$2(\underline{3y-16})-3y=-5$　　（代入するときは（　　）を付けて代入しましょう）
$6y-32-3y=-5$
$6y-3y=-5+32$
$3y=27$
$y=9$

一方が求まったら、連立方程式のどちらかに代入してもう一方を出します。どちらでも構いません。$x=3y-16$　に代入すると　$x=3\times(9)-16=11$　と出てきます。　答えは再度x，yとも書きだしておきましょう。

$$\begin{cases} x=11 \\ y=\ \ 9 \end{cases}$$　または　$(x,\ y)=(11,\ 9)$

加減法だと $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ x-3y=-16 \end{cases}$ と下の式を変形して

$$\begin{array}{rr} & 2x-3y=-5 \\ -) & x-3y=-16 \\ \hline & x \qquad =11 \end{array}$$

と、上の式から下の式を引けば、ｙの項が消えます。下の式を引くときは式全体を引くことになりますので、－の項は＋することになりますので注意が必要です。
例えば、定数項は－５－（－１６）＝－５＋１６＝１１となります。
　このように連立方程式を解くときの基本は、１文字消去です。
　後は、どちらかの方程式にχを代入してｙを求めます。

　問４　ある式をＡとでもおいて、問題文を方程式にすると

$$A\times(3ab)=-8a^2b$$

　　となりますので、これをＡについて解けば答えが出てきます。

$$A\times(3ab)=-8a^2b \qquad \text{両辺を３ａｂで割る}$$

$$A=\frac{-8a^{\cancel{2}}\cancel{b}}{3\cancel{a}\cancel{b}} \qquad \text{－の符号は分子か、分数の前に出します。}$$

$$=\frac{-8a}{3} \qquad \text{答えの分母には－を残しません。}$$

　これを方程式にせずに解くには、係数と、ａの項と、ｂの項を別々に見ていきます。係数は３に何をかけたら－８になるか？、ａの項はａに何をかけたらa^2になるか？、ｂの項はｂに何をかけたらｂになるか？をそれぞれ１つずつ答えて行くのです。

係数　：	Ａ係数	× ３	＝－８	から　－８／３
ａの項：	Ａのａの項	×ａ	＝a^2	から　ａ
ｂの項：	Ａのｂの項	×ｂ	＝ｂ	から　１

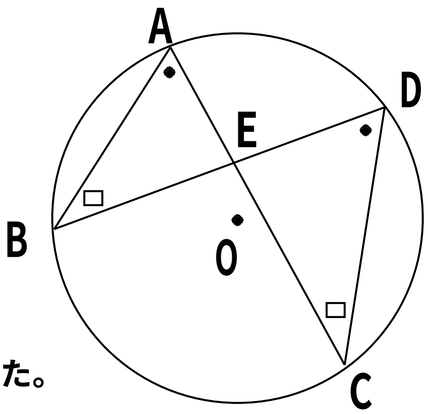
　このとき、係数もａの項もｂの項も一度に答えを書こうとする人が多いですが、無理をすることはありません。係数が－８／３とわかったら係数の部分だけを解答用紙に書くんです。次にａの項はａにａをかければa^2になるとわかればａと書き足せばいいんです。ｂは１なので書く必要はありません。部分的に答えを書いていくと早いし確実な場合も多いですよ。

　問５　これは配ったゴミ袋の数と予備のゴミ袋の数を足せば答えが出ます。
　　　　配ったゴミ袋の数　６ａ
　　　　予備のゴミ袋の数　　ｂ　　　これから　６ａ＋ｂ　が答えです。

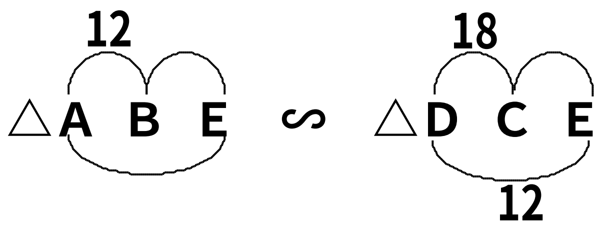
　文章が長いからといってひるまないで、何が書いてあるかをしっかり読み取ることです。問題の長さは問題の難しさとは何の関係もありません。むしろ、短い文章の方が難しい場合が多いので、長いときは「情報が多い」と喜ぶべきです。

問６　これは比例と問題に書いてくれているので、ｙ＝ａχとなることは明らかです。
（χ，ｙ）＝（１，－３）を通るのでｙ＝－３χとわかりますが、この問題は比例の式を出さなくても答えは出ます。
比例なら、一定の割合で変化しますから、χが１増えるとｙがいくつ増える、または減るかを見れば、答えはすぐに出ます。χが１増えるとｙは－３増える（３減る）のでχ＝２のときのｙは、χ＝１のときより－３増えるからχ＝１のときのｙの値－３より－３増えるということです。答えは、－６

問７　これは典型的な相似の問題です。
同じ長さの弧に対する円周角は等しいので、
∠BAE＝∠CDE、∠ABE＝∠DCE　が言えます。
これから△ABE∽DCEを見抜けば、というより、
円の中にこの問題のような三角形が存在すれば、
１００％相似を利用します。
普通なら中心0を利用する問題が追加される所ですが、ここは$\boxed{1}$ということで聞かれませんでした。
残念です。



円を見たら、先ず中心を探し、利用する。このことは常に頭の真ん中においといて下さい。
さて、相似が見抜ければ、それを利用しましょう。△ＡＢＥ∽ＤＣＥを大きく書き出し、相似比を利用して、わかる辺の長さを書き込みます。相似のときはこの△∽△を書き出せば、必ず計算出来るのでめんどくさがらずに書くんですよ。



ＡＢ：ＤＣ＝１２:１８　から　相似比　２:３　が解ります。
ＡＥ：ＤＥ＝２：３もいえるので、ＡＥ：１２＝２：３
内項の積は外項の積に等しいので、
３×ＡＥ＝２×１２
これから　ＡＥ＝８　と出ます。

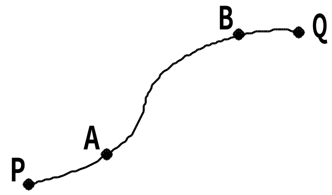
内項の積
ＡＥ：１２＝２：３
外項の積

ここではＢＥ：ＣＥは利用しませんでしたが、
情報があれば書き込んでおいて、使える所だけを使ってしまえばいいのです。知っていること、解っていることは全て書き出して、答えを出すのに必要な分だけを利用する、それがどんな問題にでも対処出来る基本的な解法です。

ようやく$\boxed{1}$が終わりました。次に行きましょう。

2

問１　右の図のように、Ｐ地点からＱ地点までの道のりが３０００ｍのサイクリングコースがあります。このコース上のＰからＱの間にはＡ地点とＢ地点があり、ＡからＢまでの道のりは、ＰからＡまでの道のりの２倍です。



Ｓさんが自転車に乗ってこのコース上をＰからＱまで走ったとき、平均の速さはそれぞれ、ＰからＡまでが分速３００ｍ、ＡからＢまでが分速２００ｍ、ＢからＱまでが分速３００ｍで、Ｐを出発してから１３分後にＱにつきました。

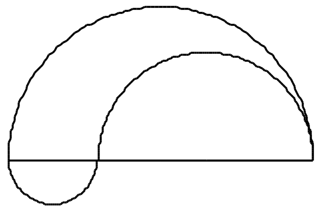
このとき、ＰからＡまでの道のりは何ｍですか。

ＰからＡまでの道のりを χｍとして方程式を作り、求めなさい。

問２　右の図のように、ＡＢ，ＢＣ，ＡＣをそれぞれ直径とする３つの半円があり、ＡＣ＝１２ｃｍとします。

次の(1)(2)に答えなさい。

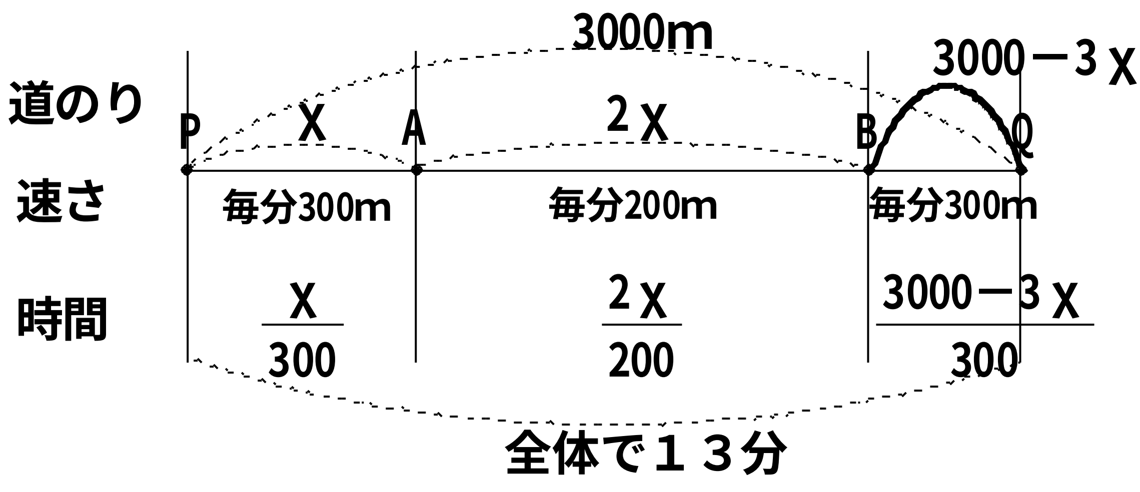
ただし、円周率はπを用いなさい。



(１)図の弧ＡＣの長さを求めなさい。

(２)ＡＢを直径とする半円の面積と、ＢＣを直径とする半円の面積の和が図の  の部分の面積に等しくなるとき、ＡＢを直径とする半円の半径は何ｃｍになりますか？ＡＢを直径とする半円の半径を χ ｃｍとして方程式を作り、求めなさい。

問１　与えられた図の線が曲がっているからといって曲がったまま考えなくて良いですよ。直線に置き換えて、解ることを線分図として書き込むことから始まります。これをせずに頭の中で考えようとするから解けないんです。問題文から解ることを書き込んでみると、ＡＰ＝χとして



ＢＱの距離をχを使って表せるかがポイントで、(道のり)と(速さ)と(時間)の関係を利用して方程式が立ちます。この場合は、(道のり)と(速さ)がそれぞれの区間で解っていますので、時間の関係について方程式を立てます。

上の線分図から方程式は、

$$\frac{χ}{300}+\frac{2χ}{200}+\frac{(3000-3χ)}{300}=13$$

単位があっているかはチェックすべき点ですが、この問題は(分）しか出てきませんので大丈夫です。この方程式を解くと、χ＝９００。

線分図さえ書ければ、速さと時間と道のりの問題は難しくありませんので、線分図は必ず書くようにしましょう。(速さ）と(時間)と(道のり)の関係は復習しておいて下さい。

問２

(1)　弧ＡＣというのは、直径（ＡＣ）１２の円の円周の半分ということです。

円周は　直径×π　なので、直径１２の円の半周分はその半分。

$$\frac{12π}{2}=6π$$

(2)　この問題は、ごちゃごちゃと書いてあるのでややこしそうに思えるかもしれませんが、こういう場合は、少しずつ解ることを書き出していきます。

問題文の順番に見ていきましょう。

「ＡＢを直径とする半円の面積」

面積の公式は知ってるけどなんだかよく解らない、って感じじゃないですか？

それはＡＢが具体的な数字で出てないからです。じゃあ、どうするか？

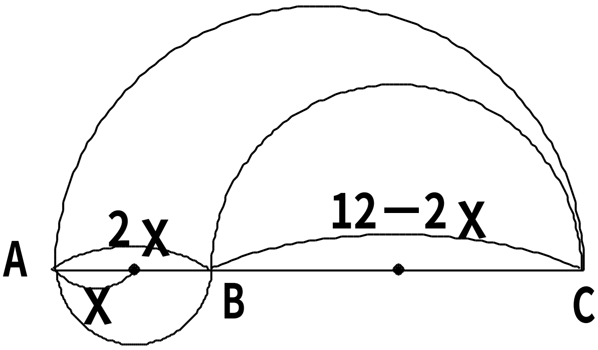
文字を使うんです。

この問題は、その指定までしてくれているので親切です。「ＡＢを直径とする円の半径をχとする」と書いてありますので、それに従って書き出してみましょう。

ＡＣが１２なのでＢＣが

12－2χ

と表せるかがポイントです。



後は問題の条件に合わせて方程式を立てていきますが、先に面積をχで表しておくと解りやすいです。

ＡＢを直径とする半円の面積は

$$\frac{x^2\pi}{2}$$

ＢＣを直径とする半円の面積は、半径が$(12-2\chi)\div 2=\ 6-\chi$　なので

$$\frac{(6-\chi)^2\pi}{2}$$

もう一つ、変な形をした  の部分はＡＣ直径の半円から、ＢＣ直径の半円を引いたものなので、

$$\frac{6^2\pi}{2}-\frac{(6-\chi)^2\pi}{2}$$

問題の条件に合わせると、上の２つの式を足したものが、一番下の式と等しくなる。

$$\frac{x^2\pi}{2}+\frac{(6-\chi)^2\pi}{2}=\frac{6^2\pi}{2}-\frac{(6-\chi)^2\pi}{2}\quad\cdots①$$

こういう式を立てるときに、かっこよく書こうなんてする必要はありません。例えば、３つ目の式をπが共通因数になるから、$\frac{\{6^2-(6-\chi)^2\}\pi}{2}$

のように書く必要は全くありません。一見かっこいいように見えますが、私から見れば、こんなものに時間をかけて、トロトロやってる方がよっぽどかっこわるい。点数があがるわけでも何でもないので、自分で意味がわかるようにとっとと書き出してしまえばいいんです。

さて、①の式は処理の仕方で時間が随分と変わってくると思えます。といっても対して難しい処理ではありませんので、第一歩だけお伝えしておきましょう。

分数の（分母の存在する）方程式では、先ず分母を無くす処理をしましょう。移項よりも何よりも先ず分母を取っ払う。いいですか。分数と小数は方程式では邪魔です。覚えておいて下さい。

①の両辺に２をかける（分母の最小公倍数をかけます）と、

$$\chi^2\pi+(6-\chi)^2\pi=6^2\pi+(6-\chi)^2\pi$$

となります。更に全ての項にπがついているので、両辺をπで割りましょう。すると、

$$\chi^2+(6-\chi)^2=6^2+(6-\chi)^2$$

と、普通の２次方程式になりました。後はこれを展開して解くだけです。展開して整理すると、　$3\chi^2-24\chi+36=0$　となりますが、全体を３で割って

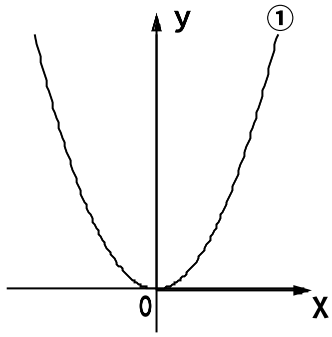
$$\chi^2-8\chi+12=0$$

$$(\chi-2)(\chi-6)=0$$

これから、$\chi=2,\ 6$　と出てきます。このうち、$\chi=6$は解ではありません。何故なら、χが６ということは、ＡＢの直径が１２になり、ＢＣが存在しなくなるからです。このように、文章題の２次方程式の解は、２つの内、１つは不適となることが多いので

きを付けておきましょう。
問題が成立するように、ＡＢの半径をχとおいた時点で、χ＜６と範囲を示しておくのがベストですが、気にしなくてもいいでしょう。ただし、答えとして適当でないものは必ず省くようにして下さい。
答えは　６ｃｍです。　　次行きましょう。

$\boxed{3}$　右の図のような、関数$y = a\chi^2$（ａは正の定数)…①のグラフがあります。点Oは原点とします。
次の問に答えなさい。



問１　①のグラフが点(3,21)を通るとき、定数ａの値を求めなさい。
問２　ａ＝２とします。①について、χが－４から３まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
問３
$a = \frac{1}{2}$　で、①のグラフ上の点をＡ(-2,2)、Ｂ(2,2)、Ｃ(b,c)とします。
△ＡＢＣの面積が１２のとき、b，cの値を求めなさい。
ただし、b<0とします。

順番に見ていきましょう。
先ず問１。これはおまけです。比例定数を求める問題はほとんどの高校でできますが、これを間違えると大きな失点となることもあるので、慎重に、確実に求めておきましょう。
$y = a\chi^2$　が(３，２１)を通るということは、χ＝３、ｙ＝２１を代入して成り立つということです。$21 = a \times 3^2$　より　$9a = 21$　で、$a = \frac{7}{3}$

問２　ａ＝２と問１で求めたａの値とは違うので、問１が間違えていても影響はありません。（３，２１）も通らないということです。問題の中でどの条件が通じているのか確認はしながら解いていきましょうね。
さて、ａ＝２だとすると$y = 2\chi^2$です。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y\text{の増加量})}{(\chi\text{の増加量})}$$

なので、普通は

$$(\text{変 化 の 割 合}) = \frac{2 \cdot 3^2 - 2 \cdot (-4)^2}{3 - (-4)}$$

$$= \frac{18 - 32}{7}$$

と計算します。しかし、これも一気に計算しなくても、χの増加量と、ｙの増加量

を別々に計算してから割り算すればいいのです。
そのとき、

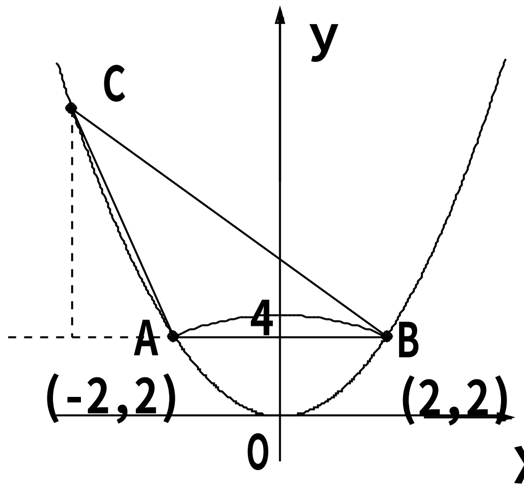
χの増加　＋7　χ＝－４　のとき　y＝３２　－14　yの増加
　　　　　　　χ＝３　　のとき　y＝１８

と並べて書いておくと見やすいです。

これから、変化の割合は－１４÷７＝－２と出てくるのですが、『超え太郎』の－座標と図形編－を見ている人は、２×（－４＋３）＝－２　と１秒で答えが出ますね。確認しておいて下さい。

問３　a＝ $\frac{1}{2}$ のとき放物線は　y＝$\frac{1}{2}$χ^2　ということを、まずは確認しておいて、

Ｃ（ｂ，ｃ）について言えることを、書き出しておくといいですね。（ｂ，ｃ）が放物線上の点なので　$c=\frac{1}{2}b^2$　は言えます。後は余程座標から面積を出すのになれていないと、無理でしょう。グラフを書いて考えましょう。



右の図から、ＡＢを底辺と考えると
底辺の長さは４だから、面積が１２となるには
高さが、６であればいいことになります。
高さは、ＣとＡ(Ｂ)のｙ座標の差だから
Ｃのｙ座標は８となればいいことが解ります。

このことから、Ｃのｙ座標ｃ＝８と解ります。

$c=\frac{1}{2}b^2$　か ら　$8=\frac{1}{2}b^2$

$16=b^2$

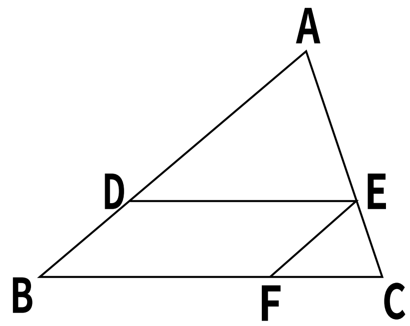
となり、ｂ＝±４と出てきますが、問題にｂ＜０と書いてありますので、ｂ＝－４です。

（次は読み飛ばしても構いません）

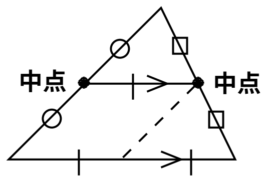
グラフを書いて（グラフに情報を書き込んで）考えることが基本ですが、ものすごくなれた人(座標と図形マスター)なら、（－２，２），（２，２），（ｂ，ｃ）で作る三角形の面積が（ｂ－２）×０－（ｃ－２）×（－４）の半分だと解るので、２(ｃ－２)＝１２からすぐにｃ＝８が出てきますよね。ね？誰かこれが理解出来る人はご一報を。解らない人は気にせず飛ばしてください。

次にいってみましょう。

4 右の図のように、△ＡＢＣの辺ＡＢ、ＡＣ上にそれぞれ点Ｄ，Ｅを、ＤＥ//ＢＣとなるようにとります。点Ｅを通り、辺ＡＢに平行な直線と辺ＢＣとの交点をＦとします。
次の問に答えなさい。
問１　ＤＥ＝１０cmで、ＡＤ：ＤＢ＝１：１のとき、辺ＢＣの長さを求めなさい。
問２　ＡＥ＝ＤＢのとき、∠ＥＡＦ＝∠ＢＡＦを証明しなさい。



問１は中点連結定理の基本問題なので説明の必要もないでしょうが、一応書いておきましょうか。
三角形の２辺の中点を結ぶと
もう一つの辺と平行で
半分の長さになる
というのが、中点連結定理と呼ばれるものです。

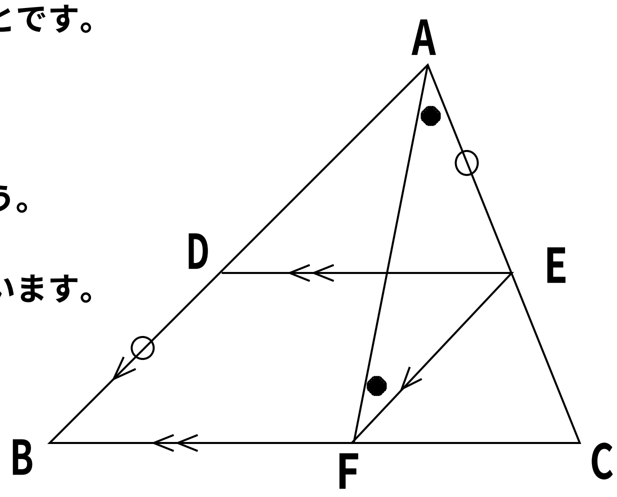


逆に１つの点が中点で平行になるならもう一点も中点になる、といえます。
ＤＥ＝１０cmだからＢＣは２倍の長さとなってＢＣ＝２０cm

問２　この問題で大切なことをお伝えしておきます。

解けない、と思ったら必ず問題を読み直すこと。そして、問題に書かれている条件で、使っていないものは無いかを探すことです。問題に与えられた条件というものは、全て使わないと答えまでたどり着けないのが普通です。問題を作る人は、「これを見落とさず使えるか？」または、「これを使ったら解けるよ。見落とさないでね。」といっているのです。

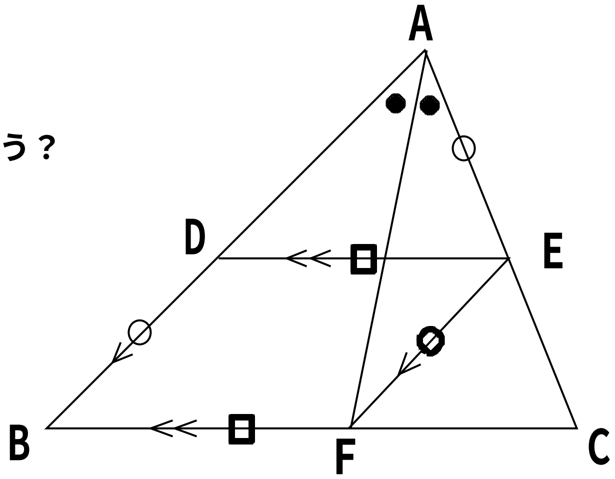
ここで与えられた条件は何か？書き出して見ましょう。問１のＡＤ：ＤＢ＝１：１は使えませんよ。あれは問１だけで使えることです。
・ＡＥ＝ＤＢ
・ＤＥ//ＢＣ
・ＥＦ//ＡＢ
これだけですね。図に書き出して見ましょう。
（証明すべきところも書き出しておきます）
この右図にある条件が問題に与えられています。
しかし、これから解ることがあります。
四角形BDEFは平行四辺形だということ。
それを図に書き足して行きます。
（使うかどうかは解りません）



太線のところが新たに加わった条件です。

まだ書き出しが足りていません。何でしょう？

そう、角度について何も書いていません。
図に書き込むときは、
辺の長さについて、
角度について、
両方を意識しておくことです。



この問題では角度が等しいことを証明するから、角度も必ず必要だと気がつくでしょうが、証明すべきことが辺の長さについてであっても、書き出しておくのです。使わないかもしれません。でも、書き出せば解ける可能性は必ず上がってきます。

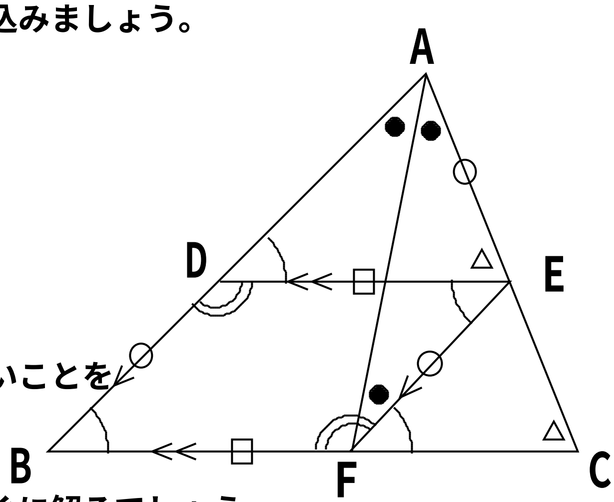
角度についても書き込みますが、平行線が二組もあるので、同位角、錯角がポイントになりそうな気がしますよね。予想をすることは悪いことではありません。悪いのは思いこみです。決めてかかると条件が読み取れなくなってしまいます。自分で気がつくこと全てを抜き出すつもりで毎回問題にあたるといいと思いますよ。

では、注意して、解ることを図に書き込みましょう。

他にもいろいろとかけるのですが、
ここでやめておきます。

もう明らかですよね。

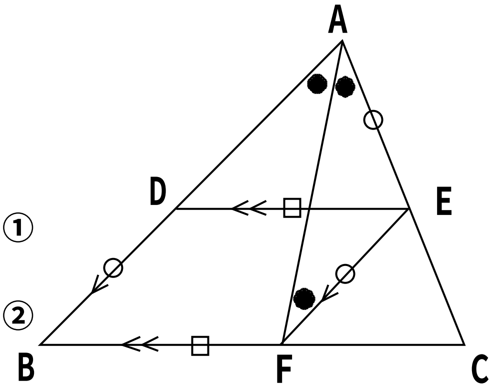
∠ＥＡＦ＝∠ＢＡＦ　を言いたいなら
∠ＢＡＦの錯角である∠ＥＦＡと等しいことを
言えばいいんです。
それも三角形ＥＡＦが二等辺三角形
であることから底角が等しくなるのですぐに解るでしょう。



まずは、図の中で確認して、気がつかない限り、証明はできませんよ。図の中にできるだけ多くの情報を書き込んでいくことです。
解答をまとめます。

証明の書き方は、自分の好きなように書いて構いません。過不足なく条件を書き出していれば、どんな書き方でもいいんです。書き出す条件は多すぎてもダメだけど、少ないのは必ず減点されます。多いぐらいに書いておく方がいい。

解）ＡＢ//ＥＦ，ＤＥ//ＢＣより
四角形ＢＤＥＦは平行四辺形なので、
　　　　ＢＤ＝ＦＥ
また、仮定よりＡＥ＝ＢＤだから、
　　　　ＡＥ＝ＦＥ
よって△ＡＥＦは二等辺三角形となるので
　　　　∠ＥＡＦ＝∠ＥＦＡ(底角)　　　　…①
さらに、ＡＢ//ＥＦより
　　　　∠ＢＡＦ＝∠ＥＦＡ（平行線の錯角）…②
①，②より
　　　　∠ＥＡＦ＝∠ＢＡＦ（終わり）



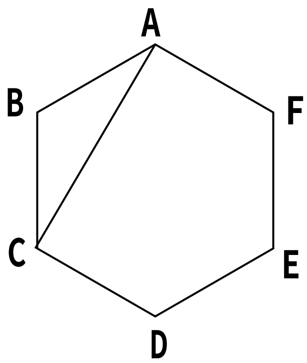
…①や…②などの記号は証明では大活躍してくれますので、どんどん使って下さい。文章の流れを途切れさせないように、接続詞をうまく使うときれいな証明に見えます。

やっと5まで来ました。

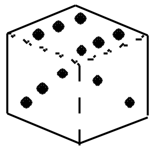
5　次の問に答えなさい。

問１　図１は、正六角形ＡＢＣＤＥＦに対角線ＡＣを書き入れたものです。図１に、さらに正六角形ＡＢＣＤＥＦの対角線を５本書き入れることによって、正六角形ＡＢＣＤＥＦより小さな正六角形ができます。この対角線を５本書き入れなさい。

図１

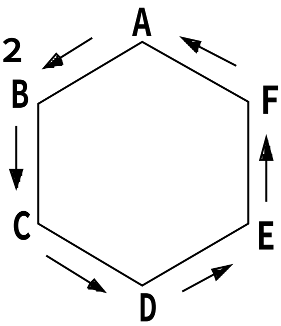


問２　図２の正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて、それぞれの頂点を移動する点Ｐがあります。点Ｐは、右の図のような１つのサイコロを２回投げたとき、次のルールにしたがって移動するものとします。



［ルール１］　点Ｐは、サイコロの出た目の数にしたがって正六角形の頂点を順に移動します。
［ルール２］　出た目の数が３以下では、点Ｐは図２の矢印の向きに順に出た目の数だけ移動して止まり、出た目の数が４以上では、点Ｐは図２の矢印の反対の向きに順に出た目の数だけ移動して止まります。

図２



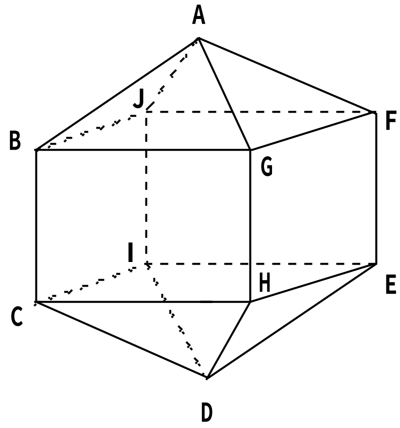
［ルール３］　点Ｐは、サイコロを１回目に投げたときは頂点Ａから、２回目に投げたときは１回目に移動して止まった頂点から移動します。
（例）出た目の数が順に２，４のとき、点Ｐは１回目で頂点Ｃに止まり、２回目で頂点Ｃから移動し、最後に頂点Ｅで止まる。

　このルール１～３にしたがって、１つのサイコロを２回投げたとき、点Ｐが最後に頂点Ｂで止まる確率を求めなさい。

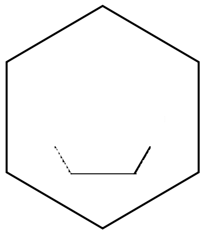
問３　図３のような立体があります。

２つの正六角形ＡＢＣＤＥＦとＡＧＨＤＩＪの１辺の長さがそれぞれ２ｃｍで、四角形ＢＧＦＪとＣＨＥＩがともに正方形のとき、この立体の体積を求めなさい。

図３



問１は、正六角形の対称性を考えると、頂点が６つあるのでそれぞれの頂点から、ＡＣと同じように対角線を引けばできあがりです。



問２は問題が長いので敬遠したくなる気持ちは解りますが、問題の長さにだまされないようにして下さい。問題が長い方がいろいろと情報をくれるので、実は簡単だったりします。

ルールが１～３までありますが、要はＡを出発点として出目が

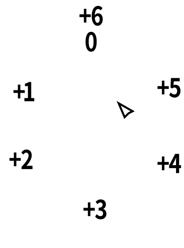
１～３のとき　⇒　反時計回りに出た目の数だけ

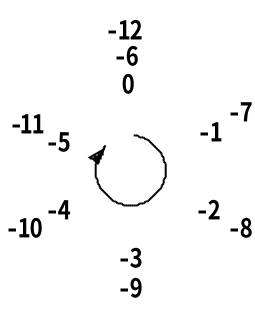
４～６のとき　⇒　　時計回りに出た目の数だけ　順に移動するということです。

これは方向が２つありますので、どちらかをプラス、その反対をマイナスと考えれば、数直線上を動く場合と同じです。数直線で考えるとき、基準になるのが原点ですので、この問題では、点Ａを０と考えると簡単です。この問題のように、行ったり来たりを考えなければならない場合は、数直線に置き換えると考え易いので、覚えておいて下さい。

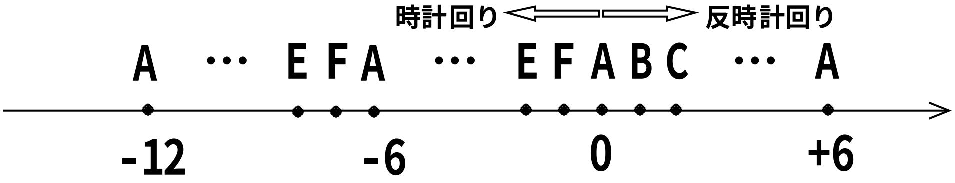
ここでは反時計回りに回る場合をプラスと考えてみましょう。(時計回りでも同じです)

Ａが０なので、





と表すことが出来ます。数直線では。



問題は、点Ｂに止まる確率なので、２回サイコロを投げたときの進む数の和が
＋１　または　－５　または　－１１　となる確率を求めることになります。

進む目の和ですが、サイコロを２つなげるときは次のような表を使うと便利です。
出た目が　　１～３　のときは（＋出目）
　　　　　　４～６　のときは（－出目）　なので

	1	2	3	4	5	6
1	+2	+3	+4	-3	-4	-5
2	+3	+4	+5	-2	-3	-4
3	+4	+5	+6	-1	-2	-3
4	-3	-2	-1	-8	-9	-10
5	-4	-3	-2	-9	-10	-11
6	-5	-4	-3	-10	-11	-12

出目が１～３のときは＋
　　　４～６のときは－
であることに注意して足す。

このうち、点Ｂに止まっているのは、＋１、－５、－１１だったから表の○がついているものが当たり。
３６通りある中の４通りが当たりなので、求める確率は　$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

２つのサイコロを投げるときは、上の表を書くように言うのですが、なかなか書かない人が多いです。でも、２つのサイコロを投げるときは全部で３６通り出方がありますが、全てを調べていることになるので確実に答えが出てくるやり方です。面倒くさがらずに書いてみて下さい。きっと点数につながります。

問３は体積を求める問題です。面積と体積は必ず出てきますね。今まで体積を聞いていなかったので、追加したという感じの問題です。正六角形という形は同じですが、問１問２とは関係ありません。普通なら、問１問２が誘導となって（利用して)、問３を解くのですが、これは単独での出題と考えて何の支障もありません。
ただ、大きな一問（この学校では$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、、のこと）の中で(1)、(2)、、とあれば、(3)で、(1)(2)を利用するのが普通なので、(3)を考えてつまずいたら、(1)(2)の結果を利用

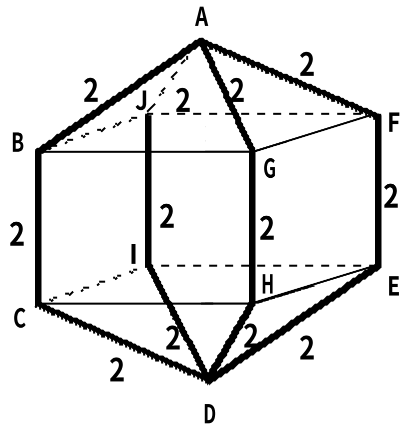
出来ないかと見直してみて下さい。例えば、(1)(2)で図形の証明が出ていたら、その証明が出来ていなくても、結果を利用すると(3)が解けたりもしますから、(3)だけでも点を取りに行きましょう。配点が高いことが多いので、「難しいから出来ない」とすぐにあきらめないことです。

　問３を考えましょう。

　面積でも体積でもそうですが、必要になるのが「高さ」です。この問題は体積なので、「底面」をどこにするか、「高さ」はどこになるかを先ず考えます。

　頭の中で考えても解りませんので、解ることを図に書き込みましょう。そうすることで新たな事実を発見出来るようになります。

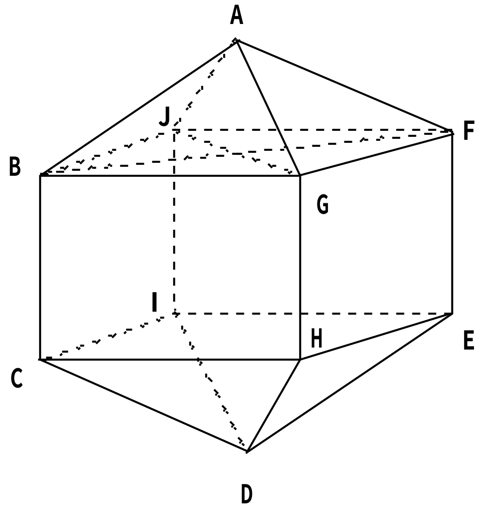
　問題に与えられていることを図に書き込んでみます。



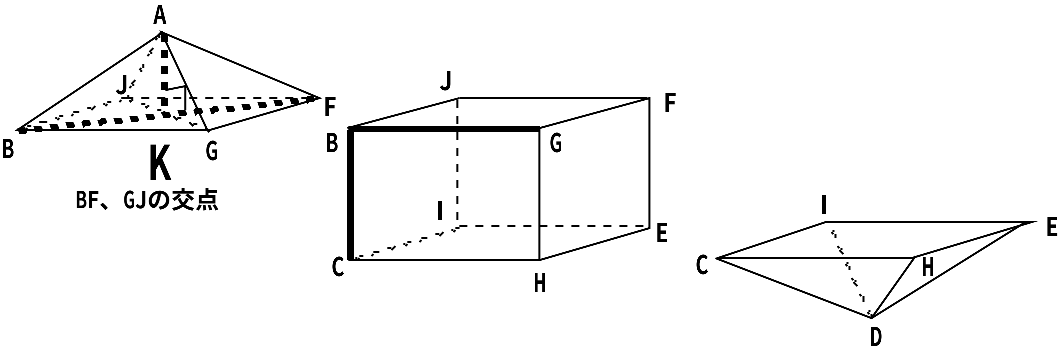
太線で出来ているのが正六角形
斜線部が正方形。

　勘違いしやすいのが、「ＢＧ＝２」です。四角形ＢＧＦＪは正方形ですが、ＢＧＨＣは正方形ではありませんのでＢＧ＝２とはなりません、注意して下さい。

　基本的なことですが、立体の問題は、部分的に平面に置き換えて考えるのがコツです。どこの長さや面積が必要かを図で考えてみましょう。



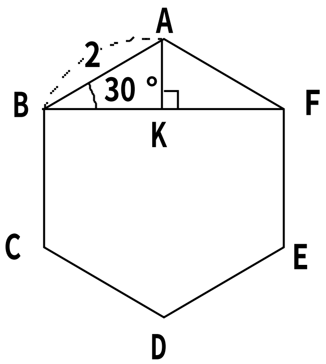
求める体積は、
四角錐Ａ-ＢＧＦＪ　と　四角柱ＢＧＦＪ-ＣＨＥＩ　と　四角錐Ｄ-ＣＨＥＩ　の和です。

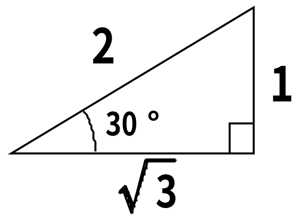


四角錐Ａ-ＢＧＦＪ　と　四角錐Ｄ-ＣＨＥＩ　は同じ体積なので、必要な長さは、
図の　ＢＧ　と　ＢＦ　と　ＢＫ　と　ＡＫ　と　ＢＣ　です。
この内、ＢＣは２と問題に書いてありますし、正方形の対角線の交点がＫになるので、ＢＫがＢＦの半分だと解ります。
ということは、ＢＧとＢＦとＡＫを求めれば良さそうです。
ＢＧを含む面を探すと正方形ＢＧＦＪがありますが、長さがまだ出てきませんので後回しです。
ＢＦとＡＫを含む面は正六角形ＡＢＣＤＥＦがあります。これを抜き出して見ます。

△ＡＢＫは三角定規と同じ形なので
ＡＫ：ＡＢ：ＢＫ＝１：２：$\sqrt{3}$

となりますので、ＡＫ＝１
ＢＫ＝$\sqrt{3}$
ＢＦ＝２×ＢＫ
＝$2\sqrt{3}$



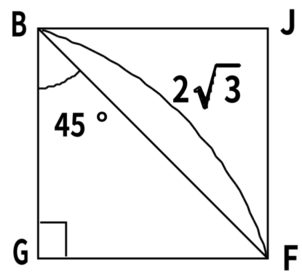


次にＢＧを出すために正方形ＢＧＦＪを抜き出します。

△ＢＧＦは三角定規と同じ形なので
ＢＧ：ＢＦ＝１：$\sqrt{2}$ だから

ＢＧ：$2\sqrt{3}$ ＝１：$\sqrt{2}$
これから

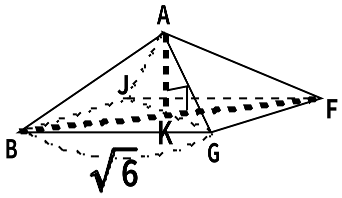
$$BG=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$$



と解ります。
これからは計算です。まずは２つの四角錐から求めましょう。

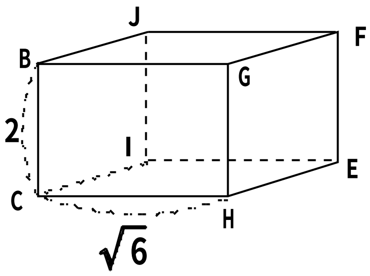
底面ＢＧＦＪの面積は $\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6$
高さは　ＡＫ＝１
よってＡ－ＢＧＦＪの体積は

$$\frac{1}{3}\times(\sqrt{6})^2\times 1=\frac{6}{3}=2$$



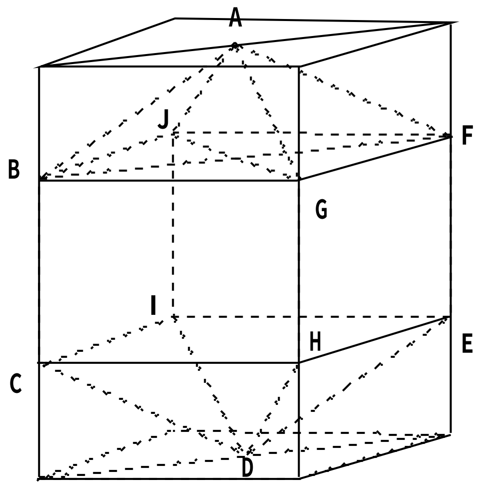
これが上下に２つあるので、
錐の部分の体積は
２×２＝４

四角柱ＢＧＦＪ－ＣＨＥＩの体積は
底面積が　$\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6$
高さが　2
となるので
６×２＝１２



これらを足すと求める体積が、１６　と出る。単位はｃm^2 。

この体積の求め方は、別にもあります。



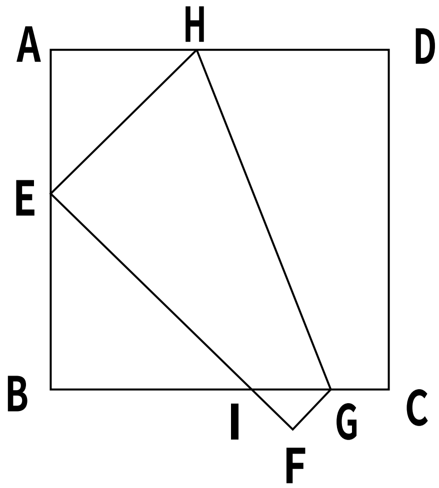
このような角柱から求めてもやりやすいのではないでしょうか。

どのようなやり方でもいいですが、立体は、部分的に平面で考えるということです。求めたい辺を含む平面だけを見て長さを出して、元の立体に戻せば良いんですよ。一気に立体のまま考えようとすると、難しく思えますので、少しでも簡単に解く、これです。

さて、一通り終わりましたが、多いので、読むのも疲れるでしょう。書いてる方はもっと疲れます。何度も読んで何とか吸収して欲しいものです。

長くなったついでに、今月はもう一問ご紹介しておきます。
（来月からはもっと少なくするつもりです。今月の半分ぐらいにしたい。）

問題　１辺の長さが１０ｃｍの正方形の
折り紙ＡＢＣＤの頂点Ｄが辺ＡＢ上の点Ｅに
重なり、∠ＡＥＨ＝４５°となるように線分
ＨＧを折り目として折り紙を折るとき、
次の問に答えよ。
(1)線分ＡＥの長さを求めよ。
(2)線分ＣＧの長さを求めよ。
(3)右の図の四角形ＥＩＧＨの面積を求めよ。



よくある問題で見たことがあるかもしれませんが、この問題の１０ｃｍや４５°といったきれいな数字にだまされてはいけません。簡単そうに見えて、強引に計算で処理しようとすると、痛い目にあいます。

この問題で言いたいことは１つです。その問題にだけ合わせて解くと早いですが、自分で解ることを出来るだけ書き出して、それから問題に合わせて解くと、難しい問題でも自分で解けるのか、解けないのか、判別出来るということです。

この問題は、その手法を取り入れているか、いないかで大きく差が出るのではないでしょうか。

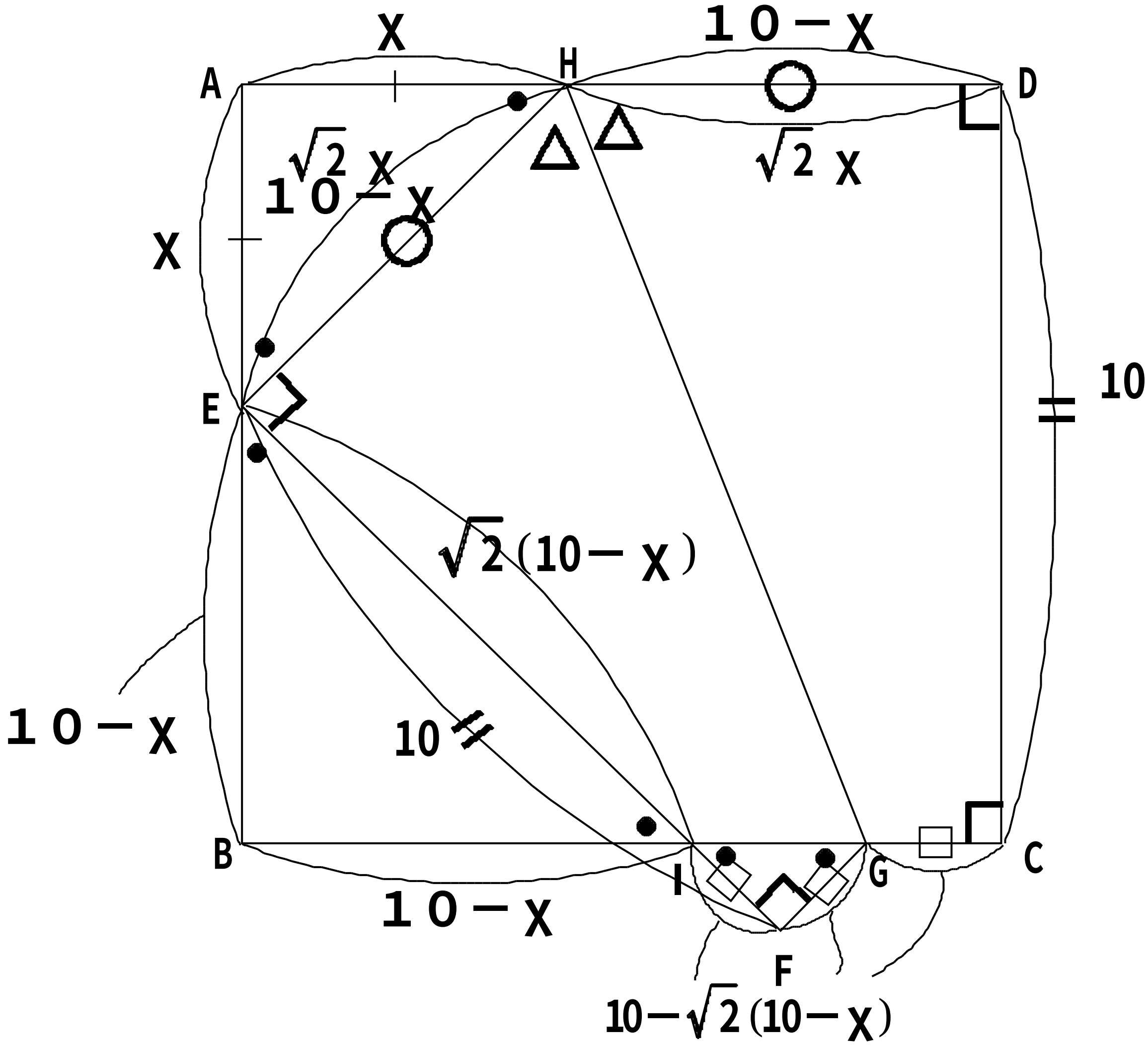
出来るかどうか、問題の中にある条件を図に書き出してみましょう。

問題にあるのは、
・１辺が１０ｃｍ
・ＨＧを折り目で折り返している
・∠ＡＥＨ＝４５°
これだけですが、これから解ることがたくさんあります。特に「折り返す」という問題は、たくさんの情報が与えられますので、見落とさないよう注意が必要です。

では、この有名私立高校の入試問題をどう解けば完答出来るのか見てみましょう。
いいですか、激戦を覚悟する人たちがどうやって合格を手に入れるのか、少しでも確実に合格に近づくにはどう解くか、よく覚えておいて下さい。これは大学入試でも同じです。その場しのぎの問題演習がどれだけ役に立たないか実感してくれれば、それだけでもここまで頑張って原稿を仕上げた甲斐があるってもんです。

先ず、問題が何を問うてきているかなんて度外視です。ざっと何が自分で言えるか、自分が覚えた公式や定理がどこまで通用するかを書き出します。『覚え太郎』『超え太郎』の価値がいかんなく発揮できるところです。

じゃあ、私がこの問題を解くときにどこまで図に書き込んだか実際に記してみます。もちろん解説を付けてです。



こんなに図は大きくねえじゃねえか、って叱られそうだけど、大きく書けばいいじゃねえか、って逆に言いたいですね。自分で書けばいいんです。解らないときは大きく書いて解りやすくすればいいじゃないですか。誰も大きく書いてはいけない、なんて言ってないんだから。

このときは、問題に目を通していたので、ＡＥをχとおきましたが、どこでもいいですよ。自分の好きな所を文字でおいて構いません。ただ、闇雲に文字の数を多くすると解けなくなることがありますので、出来るだけ文字の数は少なくしておくことがコツです。私は１つの文字で出来るとこまで書き出してみました。

説明してみます。
ＡＥをχとすると、
∠ＡＥＨ＝４５°から直角二等辺三角形が出来るので、ＡＥ＝ＡＨ＝χです。
１辺の残り（ＢＥとＨＤ）は１０－χとなります。
折り返しているので、同じ長さや角度が出てきますので、太字の印を付けてあります。
折り返しの辺より、ＥＨも１０－χです。
さらに、ＥＨは三角定規の形から、ＡＥの $\sqrt{2}$ 倍です。ＥＨ＝ $\sqrt{2}\chi$
これで１つの辺が２通りの表し方で表せたので実際に求められるはずですが、出来るとこまで書き出します。
△ＢＥＩも直角二等辺三角形なので、ＥＩ＝ $\sqrt{2}$BE＝ $\sqrt{2}(10-\chi)$
ＥＦ＝ＣＤなので、ＩＦ＝１０－ $\sqrt{2}(10-\chi)$
△ＦＧＩも直角二等辺三角形なので、ＩＦ＝ＦＧ。
折り返しから、ＣＧ＝ＦＧなので　ＩＦ＝ＦＧ＝ＣＧ＝１０－ $\sqrt{2}(10-\chi)$

形が完全に固定されるみたいなので、ＨＧなども出てきそうですが、ここまでで求められるとこまで計算してみました。これ以上やってもムダになりそうだったから。

答えの糸口は、１つの辺を２通りの表現が出来たＥＨです。
つまり

$$10-\chi=\sqrt{2}\chi$$

これを解きます。

$$(\sqrt{2}+1)\chi=10$$

と変形してから

$$\chi=\frac{10}{\sqrt{2}+1}=\frac{10(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{10(\sqrt{2}-1)}{2-1}$$

と分母の有理化が出来ますが、普通の中学生には厳しいですよね。さすがにこれは『覚え太郎』には入れてありません。少し説明しておきましょう。

分母に無理数が残る場合、有理化して答えとするのが普通です。ところが教科書では上のような形の有理化の方法は書いてありません。この高校は普通の高校ではありませんので、これぐらいは有理化出来ないと当校ではついてこれませんよと言いたいのかもしれません。
このような形の有理化は、高校で習いますが、分母の無理数の共役無理数を分母分子にかけます。すると分母が有理化されるので、分子にだけ無理数が残るということです。
共役無理数とは何かというと、$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ に対して $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ を言います。
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$　となり√が消えますので、分母は有理化されます。分子にも同じものをかけるのは、

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

は１に等しいので、かけても元の値は変化しないということなんです。

公立高校の入試では間違いがない限り、出ませんが、私立高校では出てくる可能性はあります。難関といわれる私立を受験する人は覚えておいて下さい。
もし、最後の有理化が出来なくても途中までの経過は必ず解答用紙に残しておきましょう。部分点がもらえます。この学校でも、途中経過を記しなさいと問題に書いてある所を見ると、部分点を認めていると思えますので、解る所だけでも書いておくと何点かはもらえる可能性が大きいです。

（１）はχが答えです。次に（２）に行きましょう。χが求まっているので、ＣＧをχで表した式に代入するだけです。

$$
\begin{aligned}
CG &= 10-\sqrt{2}(10-\chi) \\
&= 10-10\sqrt{2}+\sqrt{2}\chi \\
&= 10-10\sqrt{2}+\sqrt{2}(10\sqrt{2}-10) \\
&= 30-20\sqrt{2} \\
&= 10(3-2\sqrt{2})
\end{aligned}
$$

（３）の面積は計算がややこしいですが、四角形ＥＦＧＨと四角形ＣＤＨＧが同じ面積なので、台形ＣＤＨＧの面積から△ＦＧＩの面積を引けば出てきます。
台形の面積は（上底＋下底）×（高さ）÷２です。
△ＦＧＩはＣＧを１辺とする直角二等辺三角形だから、出てくるでしょう？

他にも、△ＥＩＨ＋△ＨＩＧ
△ＥＧＨ＋△ＥＩＧ　でも出てきます。他にもあります、見つけて下さい。
自分で計算練習のつもりでやってみて、もし答えが一致すれば、計算力は必ずアップしていると思います。この計算が確実に出来れば、公立高校入試の数学は満点十分に取れる計算力だと思いますよ。
答えは、　です。

$150\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})$　または　$450\sqrt{2}-600$

これは、有名進学校Ｎ高校の入試問題です。この年は難問がなく比較的簡単な問題が多かったのですが、それでも計算力を適度に求め、いい問題だと思います。Ｎ高校を第一志望とする受験生にとっては物足りない内容だったかもしれませんが、あなたにも解ける可能性はあるでしょう。どれだけ早く教科書を卒業し、もっともっと公式や定理やテクニックを覚えておかなければ通用しないか解ったはずです。
しかし、もし解くための情報を覚えていれば、あなたにも解ける可能性があることをほんの少しでも実感してくれたなら、私は嬉しい。

受験の数学に才能なんて必要ないんです。情報を吸収し、解ることを書き出す。それだけでも十分通用する世界なんです。今後のあなたの躍進に期待します。